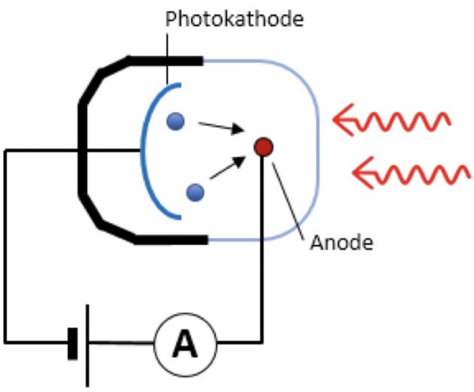
1. Die Abbildung zeigt eine Photozelle, die zur Lichtmessung dient (Belichtungsmesser). Licht fällt auf eine Photokathode und löst Elektronen aus. Die auf positiver Spannung liegende Anode sammelt diese Elektronen.



a) Die Photokathode besteht aus Cs_3Sb. Sie spricht auf Licht mit $\lambda < 670$ nm an. Wie groß ist die Austrittsarbeit W_A der Elektronen bei diesem Kathodenmaterial?

b) Gelbes Licht ($\lambda = 500$ nm) fällt auf die Photokatode. Zeigen Sie, dass der Anodenstrom proportional zur Lichtintensität ist, wenn jedes Photon mit nur einem Elektron wechselwirken kann.

c) Wie groß ist der Anodenstrom, wenn gelbes Licht mit 1 Watt Leistung auf die Katode fällt und jedes Photon ein Elektron auslöst?

d) Welchen Anodenstrom ruft blaues Licht ($\lambda = 400$ nm) mit gleicher Leistung hervor?

($W_A = 1{,}85$ eV; $I = 402{,}5$ mA; $I = 322{,}0$ mA)

a) Photoeffekt: $\lambda < 670\,\text{nm}$

$\lambda < \lambda_G$

$$E_{photon} = W_A + E_{kin(e)} \Leftrightarrow h \cdot f_G = W_A + \underbrace{\frac{1}{2} m_e \cdot v^2}_{=0}$$

$$\text{mit: } f_G = \frac{c}{\lambda_G}$$

$$\Leftrightarrow W_A = \frac{h \cdot c}{\lambda_G}$$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{J}\cancel{\text{s}} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{670 \cdot 10^{-9}\,\cancel{\text{m}}}$$

$$= 2{,}96 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$$

$$= 1{,}85\,\text{eV}$$

b) Da die Lichtintensität proportional ist zu den auftreffenden Photonen und jedes Photonen nur ein Elektron abstoßen kann, ist die Lichtintensität proportional zum Anodenstrom.

c) $\lambda_{Gelb} = 500\,\text{nm} < \lambda_G$ (also Photoeffekt)

Bemerkung: für $\lambda > \lambda_G$ kein Photoeffekt.

$P = 1\,W$

Es gilt:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (*)$$

elektrische Ladung (Q), Zeit (t)

mit $Q = N \cdot |e|$

elektrische Elementarladung ($|e|$), Anzahl an Elektronen (N)

Aus b) $\longrightarrow$ Anzahl an Elektronen = Anzahl an Photonen

mit $E = N \cdot E_{Photon} \Leftrightarrow N = \frac{E}{E_{Photon}} = \frac{E}{h \cdot f}$

Gesamtenergie (E), Energie eines Photons (E_{Photon})

mit $f = \frac{c}{\lambda}$

mit $P = \frac{W}{t} = \frac{E}{t}$

$\Leftrightarrow E = P \cdot t$

$$(*) \Leftrightarrow I = \frac{Q}{t}$$

$$= \frac{N \cdot |e|}{t}$$

$$= \frac{N \cdot E}{t \cdot E_{Photon}}$$

$$= \frac{P \cdot \cancel{t} \cdot |e|}{h \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot \cancel{t}}$$

$$= \frac{P \cdot \lambda \cdot |e|}{h \cdot c}$$

$$= \frac{1 \cdot \frac{\cancel{J}}{s} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 500 \cdot 10^{-9}\,\cancel{m}}{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\cancel{Js} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\cancel{\frac{m}{s}}}$$

$$= 0{,}403\,\frac{C}{s}$$

d) Aus c): $I = \frac{P \cdot \lambda \cdot |e|}{h \cdot c}$

$$= \frac{1 \frac{\cancel{J}}{s} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} C \cdot 400 \cdot 10^{-9} \cancel{m}}{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cancel{Js} \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8} \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}}$$

$= 323 \text{ mA}$

2. Die Kathode einer Photozelle besteht aus Caesium (Austrittsarbeit 1,96 eV). Es fällt nacheinander violettes Licht der Wellenlänge 410 nm und rotes Licht der Wellenlänge 656 nm auf die Kathode. Können durch Einwirkung des Lichts dieser Wellenlängen Elektronen emittiert werden?

($\lambda_G = 633{,}9$ nm)

Cs: $W_A = 1{,}96 eV$

Es gilt: $E = W_A + E_{kin} \Leftrightarrow h \cdot f = W_A + \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Wenn: $f = f_G$ dann $E_{kin} = 0$ und

$h \cdot f_G = W_A$

Grenzfrequenz

und: $f_G = \frac{c}{\lambda_G}$

Daher: $h \cdot \frac{c}{\lambda_G} = W_A \Leftrightarrow \lambda_G = \frac{h \cdot c}{W_A}$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cancel{J}s \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8} \frac{m}{\cancel{s}}}{1{,}96 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cancel{J}}$$

$= 633 \text{ nm}$

Der Photoeffekt tritt ein wenn $f > f_G$ oder $\lambda < \lambda_G$

mit $\lambda_V = 410 nm < \lambda_G$

$\lambda_R = 656 nm > \lambda_G$

Er tritt ein für violettes Licht.

3. Um aus einer Wolframschicht durch kurzwelliges Licht gerade Elektronen herauszuschlagen, sind 4,57 eV erforderlich.

a) Berechne die dazugehörige Grenzwellenlänge!

b) Welche maximale Geschwindigkeit besitzen die ausgelösten Elektronen, wenn die Wellenlänge des einfallenden Lichtes 200 *nm* beträgt?

c) Welche Gegenspannung ist erforderlich um den Photostrom vollständig zu unterbinden?

($\lambda_G = 271{,}9$ nm; $v = 7{,}59 \cdot 10^5$ m/s; $U_G = 1{,}64$ V)

$W: \quad W_A = 4{,}57\,eV$

a) Es gilt: $\quad E = W_A + E_{kin} \iff h \cdot f = W_A + \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Wenn $f = f_G$ dann $E_{kin} = 0$ und

$$\underbrace{h \cdot f_G}_{\text{Grenzfrequenz}} = W_A$$

und: $\quad f_G = \frac{c}{\lambda_G}$

Daher: $\quad h \cdot \frac{c}{\lambda_G} = W_A \iff \lambda_G = \frac{h \cdot c}{W_A}$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\cancel{J}s \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{\cancel{s}}}{4{,}57 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\cancel{J}}$$

$$= 271\,nm$$

b) Jetzt: $\lambda = 200\,nm$

Es gilt: $\quad f = \frac{c}{\lambda} \iff h \cdot \frac{c}{f} = W_A + \frac{1}{2} m \cdot v^2$

$$\iff \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{h \cdot c}{f} - W_A$$

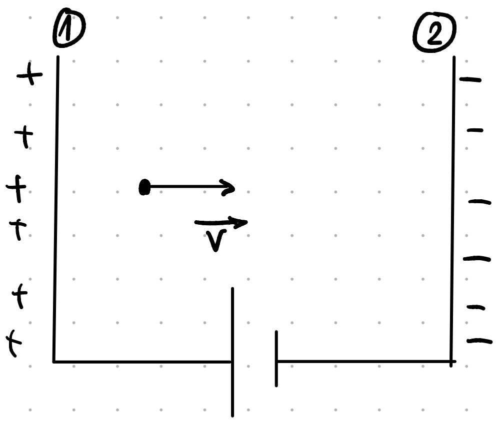
$$\iff v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{h \cdot c}{f} - W_A\right)}$$

Geschwindigkeit des e^- — Masse des e^-

$$\iff v = \sqrt{\frac{2}{9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg}\left(\frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}{200 \cdot 10^{-9}\,m} - 4{,}57 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\right)}$$

$$= 7{,}58 \cdot 10^{5}\,\frac{m}{s} \leq c$$

c)



$v_{el} = 7{,}59 \cdot 10^{5}\,\frac{m}{s}$

Es gilt: $\quad \boxed{E_{el} = q \cdot U}$

Gesucht ist die Spannung U_G um die Elektronen vollständig abzubremsen. Dabei wird die kinetische Energie des Elektrons vollständig in potentielle elektrische Energie umgewandelt:

$$E_1 = E_2 \iff E_{kin} = E_{el}$$

$$\iff \frac{1}{2} m v^2 = e \cdot U_G$$

$$\iff U_G = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot e}$$

$$= \frac{9{,}109 \cdot 10^{-31} kg \cdot (7{,}59 \cdot 10^5 \frac{m}{s})^2}{2 \cdot 1{,}607 \cdot 10^{-19} C}$$

$$= 1{,}64 V$$

4. Eine Vakuumphotozelle wird nacheinander mit grünem Licht der Wellenlänge 546 nm und blauem Licht der Wellenlänge 436 nm bestrahlt. Bei Anwendung der Gegenfeldmethode kommt der Elektronenstrom jeweils bei den Spannungen 0,915 V (grün) und 1,490 V (blau) zum Erliegen.

a) Welchen Wert liefern die Messergebnisse für das Plancksche Wirkungsquantum?

b) Berechne die Austrittsarbeit des Kathodenmaterials in eV!

c) Welche Wellenlänge muss das Licht besitzen, das bei Bestrahlung der Kathode Elektronen der maximalen Geschwindigkeit 1000 km/s ablöst?

($h = 6{,}65 \cdot 10^{-34}$ J·s; $W_A = 2{,}17 \cdot 10^{-19}$ J; $\lambda = 295{,}4$ nm)

a) Herleitung der Gegenfeldmethode:

$$E_{Photon} = W_A + E_{kin}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{hier} \quad E_{kin} = U_G \cdot e$$

Es gilt also: $E_{Photon} = W_A + E_{kin}$

$$\iff h \cdot f = W_A + U_G \cdot e \quad (*)$$

$$\iff U_G \cdot e = h \cdot f - W_A$$

Für die zwei Farben: $U_{G Grün} \cdot e = h \cdot \frac{c}{\lambda_{Grün}} - W_A$ ①

$$U_{G Blau} \cdot e = h \cdot \frac{c}{\lambda_{Blau}} - W_A \quad ②$$

① - ② $\iff e(U_{G Grün} - U_{G Blau}) = hc\left(\frac{1}{\lambda_{Grün}} - \frac{1}{\lambda_{Blau}}\right)$

$$\Leftrightarrow h = \frac{e\left(U_{G\,Grün} - U_{G\,Blau}\right)}{c\left(\frac{1}{\lambda_{Grün}} - \frac{1}{\lambda_{Blau}}\right)}$$

$$= \frac{1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C\left(0{,}915\,V - 1{,}490\,V\right)}{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}\left(\frac{1}{547 \cdot 10^{-9}\,m} - \frac{1}{436 \cdot 10^{-9}\,m}\right)}$$

$$= 6{,}602 \cdot 10^{-34}\,Js$$

b) $$(*) \Leftrightarrow W_A = h \cdot f - U_G \cdot e$$

$$= h \cdot \frac{c}{\lambda} - U_G \cdot e$$

$$= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,J\cancel{s}\ \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\cancel{m}}{\cancel{s}}}{436 \cdot 10^{-9}\,\cancel{m}} - 1{,}490\,V \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$$

$$= 2{,}169 \cdot 10^{-19}\,J$$

$$= 1{,}35\,eV$$

c) $$E_{photon} = W_A + E_{kin} \Leftrightarrow h \cdot f = W_A + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\text{mit: } f = \frac{c}{\lambda}$$

$$\Leftrightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_A + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{c \cdot h}{W_A + \frac{1}{2} m \cdot v^2}$$

$$= \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s} \cdot 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{2{,}196 \cdot 10^{-19}\,J + \frac{1}{2} \cdot 9{,}109 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot \left(10^{6}\,\frac{m}{s}\right)^2}$$

$$= 294{,}3\,nm$$

5. Eine 100 W-Lampe sendet blau-grünes Licht der Wellenlänge $\lambda = 500$ nm aus.

a) Berechnen Sie Energie, Impuls und dynamische Masse der Photonen.

b) Welche Zahl von Photonen geht pro Sekunde von der Lampe aus, wenn 1 % der zugeführten Leistung im sichtbaren Bereich abgestrahlt wird?

c) Nimmt die Masse der Lampe infolge der Aussendung der Photonen ab?

Eine normale Glühlampe wandelt nur etwa 5 % bis 10 % der eingesetzten Energie in Licht um; der Rest wird in Wärme umgesetzt und an die Umgebung abgegeben.
($E = 2{,}48$ eV; $p = 1{,}325 \cdot 10^{-27}$ kg·m/s; $m = 4{,}418 \cdot 10^{-36}$ kg; $N = 2{,}515 \cdot 10^{18}$ 1/s)

a)

Energie: $E = h \cdot f$

$$= h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

$$= 6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{J}\cancel{\text{s}} \cdot \frac{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{500 \cdot 10^{-9}\,\cancel{\text{m}}}$$

$$\underline{= 3{,}973 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}$$

Impuls: $p = \frac{h}{\lambda}$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,\text{Js}}{500 \cdot 10^{-9}\,\text{m}}$$

$$\underline{= 1{,}3252 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

Dynamische Masse: $m = \frac{E}{c^2}$

$$= \frac{3{,}973 \cdot 10^{-19}\,\text{J}}{\left(2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$\underline{= 4{,}42 \cdot 10^{-36}\,\text{kg}}$$

b) In Angabe ist gemeint: $P_{Licht} = 100\,\text{W} \cdot 1\% = \underline{1\,\text{W}} = 1\,\frac{\text{J}}{\text{s}}$

Für 1s : $E_{ges} = P_{Licht} \cdot t = 1\,\text{W} \cdot 1\,\text{s} = 1\,\text{J}$

$E_{gesamt} = N \cdot E$ Energie aller Photonen

Anzahl an Photonen

Energie eines Photons

Also: $N = \frac{E_{ges}}{E}$

$$= \frac{1\,J}{3{,}973 \cdot 10^{-19}\,J}$$

$$= 2{,}517 \cdot 10^{18} \text{ Photonen}$$

c) Nein!
(nicht gefragt:)
Erklärung: Die Lampe liefert keine Energie sie übermittelt sie, es wird z.B. bei dem Kraftwerk Masse verloren.

6. Ein Scheinwerfer sendet ein paralleles Lichtbündel mit einer Leistung von 100 W aus.
   a) Welchen Impuls haben die pro Sekunde ausgesendeten Photonen?
   b) Welche Rückstoßkraft kommt durch die Lichtaussendung zustande?
   c) Das Licht des Scheinwerfers wird durch einen Spiegel reflektiert. Wie groß ist die Kraft, die auf diesen Spiegel wirkt?

($p = 3{,}33 \cdot 10^{-7}\,\text{kg}\cdot\text{m/s}$; $F = 3{,}33 \cdot 10^{-7}\,\text{N}$; $F = 6{,}67 \cdot 10^{-7}\,\text{N}$)

a) Für 1s: $E_p = P_p \cdot t = 100\,W \cdot 1\,s = 100\,J$
Energie der Photonen

Formel: $p = \frac{E}{c} = \frac{100\,J}{2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}} = 3{,}34 \cdot 10^{-7}\,kg \cdot \frac{m}{s}$

b) Nach dem 2ten Newton'schen Axiom:

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

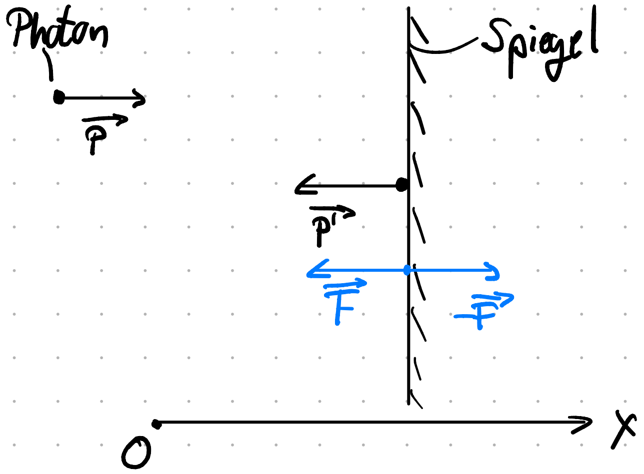
hier: $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$ ⊛

Beträge: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$

$$= \frac{3{,}34 \cdot 10^{-7}\,kg \cdot \frac{m}{s}}{1\,s}$$

$$= 3{,}34 \cdot 10^{-7}\,N$$

c) Mit perfektem Spiegel



$$\circledast \Leftrightarrow \vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\text{mit}: \Delta\vec{p} = \vec{p'} - \vec{p} \quad \text{und } \vec{p} = -\vec{p'}$$
$$= \vec{p'} - (-\vec{p'})$$
$$= 2\vec{p'}$$

$$\Leftrightarrow \vec{F} = \frac{2\vec{p'}}{\Delta t}$$

Beträge: $F = \frac{2p'}{\Delta t}$

Es wirkt also eine doppelte Kraft, wegen doppelter Impulsänderung.

$$F = 6{,}68 \cdot 10^{-7} N$$

7. Ein Elektronenblitzer sendet einen Blitz mit einer Dauer von 10^{-3} Sekunden aus, der 10 Joule Lichtenergie enthält. Das austretende Licht sei parallel.
   a) Wie groß ist der Gesamtimpuls der Photonen?
   b) Hängt der Gesamtimpuls von der Wellenlänge ab?
   c) Mit welcher Geschwindigkeit müsste sich ein Sandkörnchen ($m = 1\ mg$) bewegen, damit es den gleichen Gesamtimpuls hat?
   d) Wie groß ist die Rückstoßkraft, die während des Blitzes auf das Blitzgerät wirkt?

($p = 3{,}33 \cdot 10^{-8}$ kg·m/s; $v = 0{,}033$ m/s; $F = 3{,}33 \cdot 10^{-5}$ N)

a) Formel: $p = \frac{E}{c}$

$$= \frac{10\ J}{2{,}998 \cdot 10^{8} \frac{m}{s}}$$

$$= 3{,}34 \cdot 10^{-8}\ kg \cdot \frac{m}{s}$$

b) Nein!

c) Impuls: $p = m \cdot v \Leftrightarrow v = \frac{p}{m} = \frac{3{,}34 \cdot 10^{-8} \cancel{kg} \frac{m}{s}}{10^{-6} \cancel{kg}}$

$= 0{,}0334 \frac{m}{s}$

d) <u>Formel:</u> $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

Beträge: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{3{,}34 \cdot 10^{8} \cancel{kg} \cdot \frac{m}{s}}{10^{-3}\, s} = 3{,}34 \cdot 10^{-3} N$

10. Berechnen Sie die Wellenlänge der de Broglie-Welle für:

a) einen Tennisball	$m = 60$ g	$v = 10$ m/s
b) ein Geschoss	$m = 1$ g	$v = 90$ m/s
c) ein Proton	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg	$U = 2{,}5 \cdot 10^{5}$ V
d) ein Elektron	$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg	$U = 250$ V

U ist die beschleunigende Spannung, die das Proton bzw. das Elektron vom Zustand der Ruhe aus durchlaufen muss, um die erforderliche Geschwindigkeit zu erhalten.

($\lambda_a = 1{,}10 \cdot 10^{-33}$ m; $\lambda_b = 7{,}36 \cdot 10^{-33}$ m; $\lambda_c = 5{,}72 \cdot 10^{-14}$ m; $\lambda_d = 7{,}76 \cdot 10^{-11}$ m)

<u>Formel:</u> $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v}$

a) $\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} J\cancel{s}}{0{,}06 kg \cdot 10 \frac{m}{s}} = 1{,}104 \cdot 10^{-33} m$

b) $\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} Js}{0{,}001 kg \cdot 90 \frac{m}{s}} = 7{,}36 \cdot 10^{-33} m$

c) $E_{kin} = 2{,}5 \cdot 10^{5} eV = \underline{4{,}01 \cdot 10^{-14} J}$

$E_{kin} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Leftrightarrow v^2 = \frac{E_{kin} \cdot 2}{m}$ (*)

$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{E_{kin} \cdot 2}{m}}$

$= \sqrt{\frac{4{,}01 \cdot 10^{-14} J}{1{,}67 \cdot 10^{-27} kg} \cdot 2}$

$\underline{= 6'929'931{,}61 \frac{m}{s}}$ ($<< c$)

$\lambda = \frac{h}{v \cdot m} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} Js}{6'929'931{,}61 \frac{m}{s} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg}$

$$= 5{,}725 \cdot 10^{-14}\ \text{m}$$

d) $\circledast \Rightarrow v = \sqrt{\frac{E_{kin}}{m} \cdot 2}$

$$= \frac{250V \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg}}$$

$$= \underline{9\,382\,519{,}66\ \tfrac{\text{m}}{\text{s}}} \qquad (\ll c)$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\ \text{kg} \cdot 9\,382\,519{,}66\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$= 7{,}76 \cdot 10^{-11}\ \text{m}$$

11. In einem Fernsehgerät werden Elektronen durch eine Spannung von $U = 15$ kV beschleunigt. Welche de Broglie-Wellenlängen haben diese Elektronen (relativistische Berechnung)?

($\lambda = 9{,}94 \cdot 10^{-12}$ m)

$E_{kin} = 15\,\text{keV} = \underline{2{,}403 \cdot 10^{-15}\ \text{J}}$

und: $E_{kin} = E_{ges} - E_0$

$$= m \cdot c^2 - m_0 \cdot c^2$$

$$= m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) - m_0 \cdot c^2$$

$$= m_0 \cdot c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} + 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{1}{\frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} + 1}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} + 1}\right)^2} \; c$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{2{,}403 \cdot 10^{-15}\,J}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot (2{,}998 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2} + 1}\right)^2} \; c$$

$$= 0{,}2372\, c$$

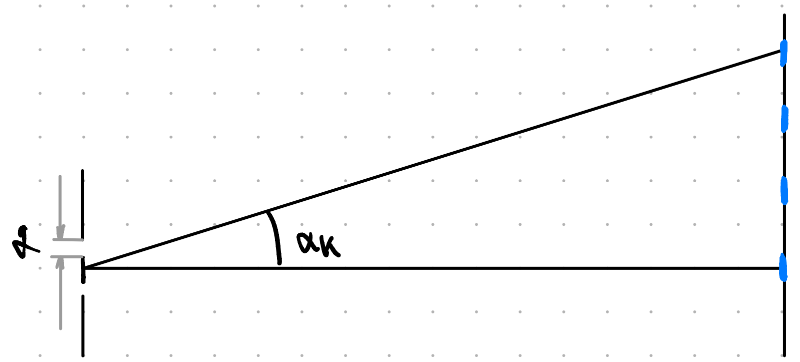
$$= 71'115'162{,}72 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 71'115'162{,}72 \frac{m}{s}}$$

$$= 1{,}024 \cdot 10^{-11}\,m$$

12. Elektronen, die durch einen Doppelspalt fliegen, erzeugen auf einem Schirm ein Interferenzmuster. Wie ändert sich der Streifenabstand, wenn die beschleunigende Spannung von 50 V auf 5000 V erhöht wird (klassische Berechnung)? ($d' = 0{,}1\, d$)



Gesucht ist der Zusammenhang zwischen d_k und U

Formel: $\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{d}$ und $\tan(\alpha_k) = \frac{d_k}{D}$

Kleinwinkelnäherung: $\frac{k \cdot \lambda}{g} = \frac{d_k}{D} \Rightarrow \lambda \sim d_k$

$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \lambda \sim \frac{1}{v}$

Formel mit v: $E_{kin} = q \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U}{m}} \Rightarrow v \sim \sqrt{U}$

Da: $d_k \sim v$ und $\lambda \sim \frac{1}{v}$ und $v \sim \sqrt{U}$

Also: $d_k \sim \frac{1}{\sqrt{U}}$ und $50V \longrightarrow 5000V$ $U' = 100U$

Einsetzen: $d_k = \frac{1}{\sqrt{100}} = 0{,}1$

13. Ein Elektron bewegt sich mit 85 % der Lichtgeschwindigkeit.
   a) Welche Beschleunigungsspannung hat das Elektron durchlaufen?
   b) Bestimme die de Broglie-Wellenlänge des Elektrons! ($U = 4{,}60 \cdot 10^5$ V; $\lambda = 1{,}50 \cdot 10^{-12}$ m)

Da: $v = 0{,}85c$, muss relativistisch werden.

a) Gesucht ist die Spannung U.

Formel: $E_{kin} = m_0 c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$

$= 9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}998 \cdot 10^8)^2 \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{0{,}85^2}{1^2}} - 1 \right) J$

$= 7{,}347 \cdot 10^{-13}$ J

und: $E_{kin} = |e| \cdot U \Leftrightarrow U = \frac{E_{kin}}{|e|}$

$= \frac{7{,}347 \cdot 10^{-13} J}{1{,}602 \cdot 10^{-19}}$

$= 458kV$

b) Formel: $\lambda = \frac{h}{\underbrace{m}_{\text{dynamische Masse}} \cdot v}$

$m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \right)$

$$= 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}85^2}} \right)$$

$$\underline{= 1{,}727 \cdot 10^{-30}\,kg}$$

<u>Einsetzen</u>: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{1{,}726 \cdot 10^{-30}\,kg \cdot 0{,}85 \cdot 2{,}998 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}}$$

$$= 1{,}51 \cdot 10^{-12}\,m$$

14. Auch bei Elektronen zeigen sich hinter einem Doppelspalt Interferenzstreifen wie beim Licht. Mit welcher Spannung muss man Elektronen beschleunigen, damit nach Beugung an einem Doppelspalt mit dem Spaltabstand 10 µm, der Ablenkungswinkel 10. Ordnung genau 1,0° beträgt?

($U = 4{,}94$ mV)

Maxima bei Doppelspalt: $\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{g} \Leftrightarrow \lambda = \sin(\alpha_k) \cdot \frac{g}{k}$

$$= \sin(1°) \cdot \frac{10\,\mu m}{10}$$

$$\underline{= 1{,}745 \cdot 10^{-8}\,m}$$

De Broglie Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{m \cdot v} \Leftrightarrow v = \frac{h}{m \cdot \lambda}$

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\,Js}{1{,}745 \cdot 10^{-8}\,m \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-34}\,kg}$$

$$\underline{= 41'727\,\frac{m}{s}}$$

Kinetische Energie (klassisch):

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v^2 = |e| \cdot U$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot |e| \cdot U}{m}}$$

$$\Leftrightarrow v^2 \cdot m = 2 \cdot |e| \cdot U$$

$$\Leftrightarrow U = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot |e|}$$

$$= \frac{(41 \cdot 727)^2 \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}}{2 \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}} \, V$$

$$= 4{,}945 \, mV$$

15. Ein Elektronenstrahl wird mit einer Anodenspannung von 12 kV beschleunigt.

a) Welche Geschwindigkeit und welche Masse erhalten die Elektronen (relativistisch)?

b) Wie groß sind Impuls und de Broglie-Wellenlänge?

c) Welchen Ablenkungswinkel zeigt das 2. Nebenmaximum beim Durchgang des Elektronenstrahls durch eine Folie, deren Atome im Gitter mit einem Abstand von $3 \cdot 10^{-8}$ cm angeordnet sind?

($v = 6{,}39 \cdot 10^7$ m/s; $m = 9{,}32 \cdot 10^{-31}$ kg; $p = 5{,}95 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s; $\lambda = 1{,}11 \cdot 10^{-11}$ m; $\alpha = 4{,}26°$)

a) Formel:

$$E_{kin} = m_0 \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \Leftrightarrow \frac{E_{kin}}{m_0 \cdot c^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{|e| \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{\frac{|e| \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left(\frac{1}{\frac{|e| \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1} \right)^2$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{|e| \cdot U}{m_0 \cdot c^2} + 1} \right)^2} \, c$$

$$= \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\frac{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 12 \cdot 10^3}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}998 \cdot 10^8)^2} + 1} \right)^2} \, c$$

$$= 0{,}213 \, c$$

$$= 6{,}387 \cdot 10^7 \, \frac{m}{s}$$

b) Impuls: $p = m \cdot v$

$$= 9{,}1 \cdot 10^{-31} \, kg \cdot 6{,}387 \cdot 10^7 \, \frac{m}{s}$$

$$= 5{,}813 \cdot 10^{-23}\ \frac{kg\,m}{s}$$

Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js}{5{,}813 \cdot 10^{-23}\ \frac{kg\,m}{s}}$

$$= 1{,}14 \cdot 10^{-11}\ m$$

c) Maxima bei Gitter: $\sin(\alpha_k) = \frac{k \cdot \lambda}{g}$

und $g = 3 \cdot 10^{-10}\ m$

Für $k = 2$: $\alpha_2 = \sin^{-1}\left(\frac{2 \cdot 1{,}14 \cdot 10^{-11}\ m}{3 \cdot 10^{-10}\ m}\right)$

$$= 4{,}36^{0}$$

16. a) Wie groß sind im Bohr'schen Atommodell des Wasserstoffatoms die Bahngeschwindigkeiten im Grundzustand und in den beiden ersten Anregungszuständen?

b) Vergleiche die Bahngeschwindigkeit der Elektronen im Grundzustand mit der Lichtgeschwindigkeit!

c) Wie viele Umläufe je Sekunde macht das Elektron im Grundzustand?

d) Welcher Energiebetrag muss dem Atom zugeführt werden, damit das Elektron von der 4. Bahn auf die nächsthöhere Bahn wechselt?

($v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6$ m/s = 0,729 % c; $6{,}58 \cdot 10^{15}$ Umläufe; $\Delta E = 0{,}306$ eV)

a) Formel:

$$v = \frac{h \cdot n}{2\pi \cdot m_e \cdot r_n}$$

Grundzustand:

$$v = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js \cdot 1}{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ m}$$

$$= 2{,}19 \cdot 10^{-6}\ \frac{m}{s}$$

$$= 0{,}00731\ c$$

1. Anregungszustand:

$$v = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js \cdot 2}{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 2{,}12 \cdot 10^{-10}\ m}$$

$$= 3{,}434 \cdot 10^{6}\ \frac{m}{s}$$

$$= 0{,}0115\ c$$

2. Anregungszustand:

$$v = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}\ Js \cdot 3}{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 4{,}76 \cdot 10^{-10}\ m}$$

$$= 7{,}303 \cdot 10^{5}\ \frac{m}{s}$$

$$= 0{,}00244\ c$$

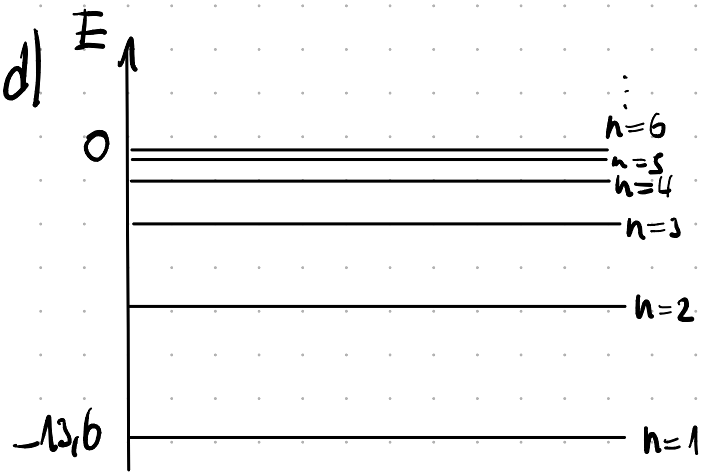
b) $v \ll c$

c) Formeln: $v = r \cdot \omega$ und $T = \frac{2\pi}{\omega}$ und $f = \frac{1}{T}$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{2{,}19 \cdot 10^{6}\ \frac{\cancel{m}}{s}}{0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \cancel{m}} = \underline{4{,}14 \cdot 10^{16}\ \frac{rad}{s}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{4{,}14 \cdot 10^{16}\ \frac{rad}{s}}{2\pi} = 6{,}59 \cdot 10^{15}\ Hz$$

d)



Um von der 4^{ten} Bahn um auf die 5^{te} zu gelangen gibt das Elektron Energie ab. $\Delta E > 0$

Formel: $\Delta E = E_{Schluss} - E_{Anfang}$

$$= -13{,}6eV \cdot \frac{1}{n^2_{Schluss}} - \left(-13{,}6eV\ \frac{1}{n^2_{Anfang}}\right)$$

$$= -13{,}6eV \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{4^2}\right)$$

$$= 0{,}308eV$$